



BANK SOAL

ITB Mathematics Olympiad

MCF ITB 2024



Mathematical Challenge Festival
ITB 2026

Berkas Soal Penyisihan ITB Mathematics Olympiad 2024

Panitia ITBMO 2024

6 April 2024

Peraturan

1. Babak penyisihan ini bersifat **tutup-buku**. Peserta ITBMO 2024 dilarang menggunakan buku, catatan, atau referensi lainnya dalam mengerjakan soal kompetisi.
2. Peserta ITBMO 2024 dilarang menggunakan alat hitung seperti kalkulator dan *software/website* matematika serta dilarang bekerja sama dengan orang lain dalam mengerjakan soal kompetisi.
3. Peserta ITBMO 2024 wajib memasuki *zoom meeting* ketika babak penyisihan dan diwajibkan untuk menyalakan kamera, membuka mikrofon, serta membagikan layar (seluruh layar, bukan hanya aplikasi) dari perangkat yang sedang digunakan.
4. Peserta yang ingin ke toilet diharuskan menghubungi pengawas ruangan terlebih dahulu dan mengabari pengawas ruangan lagi setelah kembali ke tempat pengerjaan.
5. Babak penyisihan ITBMO 2024 berlangsung selama 150 menit dan terdiri atas 25 soal isian singkat. Setiap soal bernilai 2 poin. Tidak ada pengurangan poin untuk jawaban salah atau kosong.
6. Jawaban yang berupa bilangan bulat ditulis seperti biasa dimana penulisan ribuan dan jutaan tidak dipisahkan dengan tanda titik (cth. 2022, 0, -100). Bilangan tidak bulat ditulis dalam **bentuk desimal** dengan **menggunakan titik** dan **tanpa trailing zero** (cth. 3.14, 11.25, -121.212121 ; contoh yang salah: 3.140). Aturan pembulatan untuk bilangan desimal diberikan pada keterangan di setiap soal.
7. Peserta yang akan lolos ke babak semifinal adalah 16 orang dengan peringkat tertinggi. Peringkat ditentukan oleh total poin yang diperoleh. Jika terdapat poin yang sama di hasil babak penyisihan, peringkat akan ditentukan berdasarkan tingkat kesulitan soal yang berhasil dikerjakan, lalu kelas termuda, lalu usia termuda.
8. Panitia berhak mendiskualifikasi peserta yang melakukan pelanggaran, kecurangan, atau memasukkan data registrasi yang tidak aktual atau tidak memenuhi syarat.
9. Apabila pada saat perlombaan berlangsung peserta tidak dapat mengikuti perlombaan, maka peserta **tidak dapat digantikan**.
10. Keputusan juri dan panitia MCF ITB 2024 tidak dapat diganggu gugat.

Soal Penyisihan ITB Mathematics Olympiad 2024

Aljabar

1. Misalkan x suatu bilangan real positif sehingga $|x| = x \cos(x)$ dan $|x| + |x - \pi| - |x + \pi| = x^{2024} \sin(x)$. Nilai x yang memenuhi adalah ...

Petunjuk: tuliskan jawaban Anda sampai 2 angka di belakang desimal (tidak dibulatkan)

2. Jika diketahui dua bilangan bulat x, y memenuhi persamaan $x + y = xy + 7$, nilai terbesar dari $|xy|$ yang mungkin adalah ...
3. Misalkan x_1, x_2, x_3, x_4 adalah akar-akar dari persamaan $x^4 - 3x^2 + x + 1 = 0$. Nilai dari $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ adalah ...
4. Diketahui sebuah polinom $M(x)$ berderajat 2 dengan koefisien real memenuhi ketaksamaan berikut

$$x^2 - 6x + 14 \leq M(x) \leq 3x^2 - 18x + 32$$

untuk setiap x bilangan real. Jika diketahui nilai $M(9) = 53$, nilai dari $M(7)$ adalah ...

Petunjuk: tuliskan jawaban Anda sampai 1 angka di belakang desimal (tidak dibulatkan)

5. Misalkan f adalah fungsi kuadrat sehingga $f(0) = 0, f(1) < 0$, dan untuk seluruh x tak nol berlaku

$$f(x) - f(x)f\left(\frac{1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} - (2025^2 + 1)$$

Nilai dari $f(2024)$ adalah ...

6. Diketahui dua polinom $S(x) = x^6 - x^5 - x^2 - 2x - 1$ dan $R(x) = x^4 + x^2 + x + 1$. Jika akar-akar dari persamaan $R(x) = 0$ adalah a, b, c , dan d , nilai dari $S(a) + S(b) + S(c) + S(d)$ adalah ...

Geometri

1. Diberikan suatu segitiga ABC . Titik D berada pada garis BC sehingga $BD : DC = 3 : 5$ dan segitiga ADC sama sisi. Tinjau lingkaran dalam dari segitiga ADC dengan pusat O dan lingkaran dalam dari segitiga ADB dengan pusat P . Jika perbandingan luas antara lingkaran dalam segitiga ADB dan lingkaran dalam segitiga ADC adalah $a : b$, maka nilai $a + b$ adalah ...

2. Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 5 cm. Titik P merupakan titik tengah rusuk EF dan titik Q berada pada rusuk AD dengan $AQ : QD = 2 : 1$. Panjang garis PQ adalah ... cm.

Petunjuk: tuliskan jawaban Anda sampai 3 angka di belakang desimal (tidak dibulatkan)

3. Diberikan suatu segitiga ABC . Misalkan $\angle ABC = b, \angle ACB = c, \angle BAC = a$. Nilai dari $\frac{\sin(a+b)}{\cos a \cos b} = 3$ dan $\frac{\sin(a-b)}{\cos a \cos b} = 1$. Nilai dari $\tan c$ adalah ...

4. Diberikan suatu trapesium $PQRS$ dengan PQ sejajar RS . Misalkan titik X dan Y berturut-turut pada PS dan QR sedemikian sehingga XY sejajar PQ dan membagi trapesium menjadi dua bagian yang sama luasnya. Jika $PQ = 8$ dan $SR = 16$, maka panjang XY adalah ... cm.

Petunjuk: tuliskan jawaban Anda sampai 2 angka di belakang desimal (tidak dibulatkan)

5. Misalkan $ABCD$ adalah persegi dengan panjang sisi 8. Lingkaran-lingkaran x, y, z dengan jari-jari sama mempunyai pusat di dalam persegi sedemikian sehingga lingkaran x menyinggung sisi AB dan AD , lingkaran y menyinggung sisi AB dan BC , serta lingkaran z menyinggung sisi DC , lingkaran x , dan lingkaran y . Diketahui jari-jari lingkaran x dapat dinyatakan dengan $a - b\sqrt{c}$ dengan a, b, c bilangan bulat positif dan $b\sqrt{c}$ dalam bentuk paling sederhana. Nilai $3a + bc$ adalah ...
6. Misal ada segitiga ABC dengan $\angle ABC = 105^\circ$, $\angle BCA = 30^\circ$, $\angle CAB = 45^\circ$ dan panjang $AC = 6$ satuan. Jika luas segitiga ABC adalah $a + b\sqrt{3}$ cm², maka nilai $a - b = \dots$
7. Pada suatu segitiga, sudut α, β, γ berhadapan dengan sisi a, b, c . Diketahui bahwa $\cos(2\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta) = 2$ dan $b = 46$, maka $a = \dots$

Petunjuk: tuliskan jawaban Anda sampai 2 angka di belakang desimal (tidak dibulatkan)

Kombinatorika

1. Banyaknya bilangan riil x yang memenuhi persamaan $(x-2018)(x-2020)(x-2022)(x-2024) = (x-2019)(x-2021)(x-2023)(x-2025)$ adalah ...
2. Diberikan suatu bilangan rasional $\frac{a}{b}$ dengan $a < b$ serta $\gcd(a, b) = 1$. Bilangan rasional yang memenuhi $ab = 30!$ (ab adalah a dikali b dengan operasi perkalian biasa) terkumpul dalam himpunan S . Jika dipilih 1 anggota dari himpunan tersebut, peluang bahwa nilai pembilangnya habis dibagi 4 adalah $\frac{c}{d}$, maka nilai $c + d$ adalah ...
3. Diberikan 30 garis pada suatu bidang. Terdapat 5 garis yang paralel satu sama lain. Misalkan terdapat 5 titik perpotongan tepat 3 garis, 9 titik perpotongan tepat 4 garis, 7 titik perpotongan tepat 5 garis, dan tidak ada titik yang merupakan perpotongan antara lebih dari 5 garis. Banyak titik yang merupakan perpotongan dari tepat 2 garis adalah ...
4. Andi, Bobi, Choky, dan Deni merupakan empat pemain yang tersisa pada pertandingan bulutangkis tunggal. Mereka akan ditandingkan secara acak pada babak semifinal sehingga ada dua pertandingan, lalu pemenang masing-masing akan bertanding di final untuk menentukan pemenang utamanya. Jika Andi melawan Bobi, maka peluang Andi menang adalah $\frac{2}{5}$. Jika Andi atau Bobi melawan Choky atau Deni, maka peluang Choky atau Deni kalah adalah $\frac{1}{3}$. Jika $\frac{p}{q}$ merupakan peluang Bobi menjadi pemenang utama dalam pertandingan tersebut, dengan p dan q saling prima, nilai $p + q$ adalah ...
5. Dalam rangka Grand Opening, suatu toko aksesoris menyediakan ribuan gelang unik yang masing-masing modelnya berbeda satu sama lain. Pengunjung di hari itu dapat mengambil sebarang gelang secara gratis dengan jumlah berapapun. Jika Nana turut berkunjung pada toko tersebut di hari Grand Opening dan diketahui Nana akan mengambil sejumlah genap gelang (mengambil 0 gelang juga memungkinkan), maka

banyaknya kemungkinan pengambilan gelang yang dilakukan oleh Nana adalah 2^{2023} . Banyak gelang yang tersedia jika diketahui banyak gelang juga ada sebanyak genap adalah ...

6. Misalkan terdapat 7 laki-laki dan 11 perempuan berbaris secara horizontal. Misal S adalah banyaknya pasangan laki-laki dan perempuan yang berdekatan pada suatu baris. Sebagai contoh, untuk konfigurasi $PLLPPPLPLPPPLPLPLPP$ (dimana L laki-laki dan P perempuan) diperoleh bahwa $S = 12$. Banyaknya susunan barisan yang memenuhi $S = 12$ dalam modulo 1000 adalah ...
7. Seekor laba-laba sedang bersiap untuk bermain sepak bola. Ia ingin menggunakan kaus kaki, sepatu, dan *shin pad* pada kedelapan kakinya. Asumsikan kaus kaki harus dipakai terlebih dahulu sebelum sepatu dan *shin pad*. Jika banyak cara laba-laba tersebut berpakaian adalah $\frac{a \cdot b!}{c^8}$, nilai dari $\frac{ab}{c}$ adalah ...

Teori Bilangan

1. Diberikan sistem persamaan:

$$\begin{aligned} m^2 + 101 &= c^2 + 2023 \\ m^2 + 23 &= f^2 + 2022 \end{aligned}$$

dengan m, c, f bilangan asli. Nilai m^2 terbesar yang memenuhi sistem persamaan tersebut adalah ...

2. Nilai dari

$$\sum_{n=1}^{2024} \text{FPB}(n, 10)$$

adalah ...

3. Diberikan bilangan bulat positif lima digit $\overline{2023a}$ dan $\overline{b2024}$. Jumlah dari kedua bilangan ini habis dibagi $4!$. Hasil terbesar dari $101a + 23b = \dots$
4. Untuk bilangan asli n , didefinisikan fungsi $S(n)$ sebagai fungsi yang menyatakan jumlah semua digit dari n . Banyaknya bilangan asli n yang memenuhi $n = 2S(n)^2$ adalah ...
5. Misalkan $N = \left\lfloor \frac{23}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{23^2}{7} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{23^{2023}}{7} \right\rfloor$ dan M adalah sisa pembagian 23^{2024} oleh N . Tiga digit terakhir dari M adalah ...