



Case Document 2024

High School-Mathematical Modelling Competition



Mathematical Challenge Festival
ITB 2026



Para ilmuwan memprediksi suhu di Bumi kemungkinan akan menembus ambang batas 1,5 derajat Celcius untuk pertama kalinya dalam sejarah. Menurut para peneliti, ada kemungkinan sebesar 66% bahwa ambang batas 1,5C itu akan terlewati antara saat ini hingga 2027. Salah satu akibat yang ditimbulkan akibat kenaikan suhu ini adalah pencairan lapisan es di Kutub Utara. Hal ini menjadi *issue* yang sangat penting untuk melihat dampak akibat pencairan lapisan es ini terhadap kehidupan di daratan.

Sebagai orang yang belajar matematika tentunya kita dapat memanfaatkan segala ilmu yang kita miliki untuk membuat model sebagai solusi. Karena itu :

- Buatlah model yang menggambarkan dampak pencairan es terhadap suatu Pantai, setiap dekade selama 50 tahun ke depan, dengan fokus pada wilayah metropolitan yang signifikan.
- Usulkan respon yang sesuai untuk mengatasi tantangan ini. Anda boleh memilih pantai di Indonesia, atau di luar negeri yang posisinya dianggap lebih dekat dengan Kutub Utara.

Data yang kalian gunakan dibebaskan berasal dari mana sumbernya asal mencantumkan referensi sumber data kalian tersebut di laporan nanti.

Soal Penyisihan Hi-MMC 2024

Soal

1. Tanjiro dan Zenitsu akan masuk ke dalam barisan yang terdiri dari 10 orang. Namun syaratnya adalah Tanjiro dan Zenitsu tidak boleh berdampingan saat berbaris. Banyaknya kombinasi barisan yang memenuhi syarat tersebut adalah ...
 - a. 40320
 - b. 282240
 - c. 322560
 - d. 362878
 - e. 362880

Pembahasan:

- Banyaknya cara membuat barisan secara keseluruhan tanpa syarat adalah $9!$
- Banyaknya cara Tanjiro dan Zenitsu berbaris berdampingan adalah $2 \times 8!$

Jadi banyaknya cara agar Tanjiro dan Zenitsu tidak berdampingan adalah $9! - (2 \times 8!) = 282240$

2. Si suatu game gacha terdapat item bernomor 1 sampai 100. Asumsikan item tersebut dianggap serupa. Jika player mendapatkan sebuah item secara acak, peluang item yang didapatkan oleh player merupakan item yang habis dibagi 6, tetapi tidak habis dibagi 5 sebesar ...
 - a. 0.13
 - b. 0.14
 - c. 0.15
 - d. 0.16
 - e. 0.17

Pembahasan:

Untuk 1-100

- Banyaknya bilangan yang habis dibagi 6 ada 16
- Banyaknya bilangan yang habis dibagi 6 dan habis juga dibagi 5 ada 3
- Maka banyaknya bilangan yang habis dibagi 6 namun tidak habis dibagi 5 ada $16 - 3 = 13$

Jadi peluangnya $\frac{13}{100}$

3. Di kantin ITB terdapat kode hadiah kupon makan berbentuk bilangan yang disusun dari angka 1,2,2,6,9. Jika kupon-kupon tersebut disusun berdasarkan kodenya

dimulai dari yang terkecil sampai dengan yang terbesar, maka kupon dengan kode yang lebih besar dari pada 6200 ada sebanyak ...

- a. 17
- b. 18
- c. 19
- d. 20
- e. 21

Pembahasan:

- Banyaknya kupon dengan angka pertama 6 dan angka kedua 2 adalah $3! = 6$
- Banyaknya kupon dengan angka pertama 6 dan angka kedua 9 adalah $\frac{3!}{2!} = 3$
- Banyaknya kupon dengan angka pertama 9 adalah $\frac{4!}{2!} = 12$

Jadi total kupon dengan kode lebih dari 6200 ada sebanyak $6 + 3 + 12 = 21$

4. Seorang presiden dan seorang deputi akan dipilih dari sebuah unit kegiatan mahasiswa yang terdiri dari 50 orang. Berapa banyak pilihan berbeda dari para pengurus yang mungkin jika Alex yang merupakan anggota unit kegiatan mahasiswa tersebut akan menjabat hanya jika ia adalah deputi ...
- a. 49
 - b. 2532
 - c. 2401
 - d. 124068
 - e. 120050

Pembahasan :

- Karena Alex hanya akan menjabat jika dia adalah deputi, kita memiliki dua situasi di sini: (i) Alex dipilih sebagai deputi, yang menghasilkan 49 kemungkinan hasil untuk posisi presiden, atau (ii) para pejabat dipilih dari 49 orang yang tersisa tanpa Alex, yang memiliki jumlah pilihan ${}_{49}P_2 = (49)(48) = 2352$. Oleh karena itu, total total pilihan adalah $49 + 2352 = 2401$.

5. Piero akan lulus dari jurusan aktuaria di sebuah universitas pada akhir semester. Setelah diwawancarai di dua perusahaan yang disukainya (perusahaan EY dan perusahaan PwC), ia menilai bahwa probabilitasnya untuk mendapatkan tawaran dari perusahaan A sekaligus perusahaan B ialah 0.5, sedangkan untuk mendapatkan setidaknya satu tawaran dari kedua perusahaan tersebut ialah 0.9. Piero merasa perbandingan probabilitas ia diterima di perusahaan EY dengan perusahaan PwC ialah $\frac{4}{3}$. Berapakah probabilitas Piero mendapat tawaran dari perusahaan PwC ...
- a. 0.3

- b. 0.4
- c. 0.5
- d. **0.6**
- e. 0.8

Pembahasan :

- Misal perusahaan EY = A, perusahaan PwC = B
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$0.9 = 4P(B)/3 + P(B) - 0.5$$

$$1.4 = 7P(B)/3$$

$$P(B) = 0.6$$

6. Sepasang suami istri memilih pakaian untuk pergi ke pesta pernikahan. Suami menyukai 2 jenis pakaian yaitu jas dan batik, sedangkan istri menyukai 3 jenis pakaian yaitu: gaun, batik, dan kebaya. Jika $S = \{(a, b) : a \text{ jenis pakaian suami dan } b \text{ jenis pakaian istri}\}$. Tentukan Peluang bahwa suami memakai batik atau istri memakai kebaya.
- a. 1/6
 - b. 2/6
 - c. 3/6
 - d. 4/6
 - e. **5/6**

Pembahasan :

- Suami memakai batik ada 3 kemungkinan (batik, gaun), (batik, batik), (batik, kebaya). Artinya peluangnya adalah 3/6. Istri memakai kebaya ada 2 kemungkinan (jas, kebaya), (batik, kebaya). Artinya peluangnya adalah 2/6. Atau ini berarti peluangnya ditambah. Maka, peluang bahwa suami memakai batik atau istri memakai kebaya ialah $3/6 + 2/6 = 5/6$.

7. Juan merupakan seorang dokter yang memiliki klinik sendiri. Klinik tersebut melayani uji malnutrisi. 95% dari pasien klinik yang malnutrisi mendapat hasil positif sedangkan 10% dari pasien klinik yang tidak malnutrisi mendapat hasil positif. Dari laporan tersebut, dinyatakan 45% pasien klinik Juan malnutrisi. Berapakah peluang hasil diagnosis klinik tersebut benar ?
- a. 10/19
 - b. 78/85
 - c. 91/100
 - d. **9/19**
 - e. 67/78

Pembahasan :

- Peluang bersyarat, peluang benar = $45\%/95\% = 9/19$
8. Permainan *gacha* adalah permainan yang menggunakan sistem peluang untuk mendapatkan suatu hal di dalam game. Di dalam sebuah permainan *gacha*, peluang untuk mendapatkan sebuah senjata dengan kelangkaan tertinggi adalah 4 dari 83. Di dalam permainan tersebut, terdapat 5 senjata dengan kelangkaan tertinggi, salah satunya adalah "Tongkat Homa".

Seorang pemain akan dijamin mendapatkan "Tongkat Homa" dengan peluang yang sama, setelah mendapatkan 2 senjata dengan kelangkaan tertinggi bukan "Tongkat Homa". Berapakah peluang pemain tersebut mendapatkan "Tongkat Homa" pada saat pertama kali mendapatkan sebuah senjata dengan kelangkaan tertinggi?

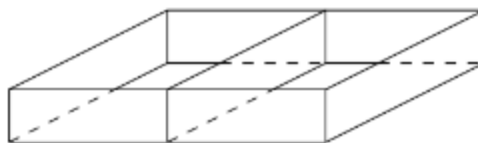
- a. 4,819%
- b. 0,964%**
- c. 24,819%
- d. 2,892%
- e. placeholder

Pembahasan:

Peluang mendapatkan senjata dengan kelangkaan tertinggi adalah 4 dari 83, atau 4,819%. Terdapat 5 jenis senjata dengan peluang tersebut. Peluang salah satu dari 5 senjata tersebut merupakan "Tongkat Homa" adalah 1 dari 5 (20%), maka peluang untuk mendapatkan salah satu senjata tertentu adalah:

$$P = (4,819 \times 0,2)\% = 0,964\%$$

9. Gambar di bawah ini memperlihatkan sebuah balok tanpa tutup yang pada bagian tengahnya dibuat satu sekat. Jika luas permukaan karton bahan pembuat balok ini adalah 72 dm^2 , tentukan volume terbesar yang mungkin dari balok ini.



- a. 42 dm^3
- b. 48 dm^3**
- c. 60 dm^3
- d. 72 dm^3

Pembahasan:

- Misalkan panjang, lebar dan tinggi balok tersebut dinotasikan sebagai p, l, t secara berturut-turut, maka luas permukaan balok dapat ditulis sebagai:

$$pl + 2pt + 3lt = 72.$$

Kita ingin mencari volume balok maksimum dengan luas permukaan balok yang demikian. Oleh karena itu, pandang fungsi volume $f(p, l, t) = plt$ sebagai fungsi objektif dan fungsi $g(p, l, t) = pl + 2pt + 3lt - 72 = 0$ sebagai fungsi kendala. Disini, kita akan menggunakan metode pengali Lagrange untuk menyelesaikannya. Menurut metode pengali Lagrange, kedua fungsi tersebut harus memenuhi

$$\nabla f(p, l, t) = \lambda \nabla g(p, l, t) \Leftrightarrow (lt, pt, pl) = \lambda(l + 2t, p + 3t, 2p + 3l)$$

dengan $\lambda \neq 0$ dan $p, l, t \neq 0$. Dengan demikian, kita memiliki 3 persamaan berikut

$$lt = \lambda(l + 2t) \quad (1)$$

$$pt = \lambda(p + 3t) \quad (2)$$

$$pl = \lambda(2p + 3l) \quad (3)$$

$$pl + 2pt + 3lt = 72 \quad (4)$$

Karena $\lambda, p, l, t \neq 0$, pembagian diperbolehkan sehingga dapat dihasilkan persamaan baru dari membagi persamaan (1) dengan (2) dan persamaan (1) dengan (3), diperoleh

$$\frac{l}{p} = \frac{l+2t}{p+3t}$$

$$pl + 3lt = pl + 2pt$$

$$3lt = 2pt$$

$$l = \frac{2}{3}p$$

dan

$$\frac{t}{p} = \frac{l+2t}{2p+3l}$$

$$2pt + 3lt = pl + 2pt$$

$$3lt = pl$$

$$t = \frac{1}{3}p$$

Substitusikan kembali kedua persamaan tersebut ke dalam persamaan (4), sehingga diperoleh

$$p \cdot \frac{2}{3}p + 2p \cdot \frac{1}{3}p + 3 \cdot \frac{2}{3}p \cdot \frac{1}{3}p = 72$$

$$p^2 = 36$$

$$p = 6 \text{ (} p \text{ haruslah bilangan positif)}$$

Akibatnya, $l = 4$ dan $t = 2$.

Jadi, volume maksimum balok yang dapat dibentuk adalah $f(6, 4, 2) = 48 \text{ dm}^3$.

10. Tentukan gradien garis singgung kurva perpotongan antara permukaan

$$2z = \sqrt{9x^2 + 9y^2 - 36} \text{ dengan bidang } y = 1 \text{ di titik } (2, 1, \frac{3}{2}).$$

a. 3

b. 2

c. $\frac{3}{2}$

d. $\frac{1}{2}$

Pembahasan:

Misalkan $z = f(x, y) = \frac{\sqrt{9x^2 + 9y^2 - 36}}{2}$. Gradien kurva perpotongan antara permukaan dengan bidang $y = 1$ ditentukan dengan mencari turunan parsial fungsi terhadap x ,

$$f_x(x, y) = (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(9x^2 + 9y^2 - 36)^{-1/2} (18x) = \frac{9x}{2\sqrt{9x^2 + 9y^2 - 36}}$$

Di titik $(2, 1, \frac{3}{2})$, gradiennya adalah

$$f_x(2, 1) = \frac{9(2)}{2\sqrt{9(2)^2 + 9(1)^2 - 36}} = \frac{18}{2\sqrt{36 + 9 - 36}} = \frac{18}{6} = 3$$

11. Sebuah bola dilemparkan dari tanah dengan kecepatan awal $1,5 \text{ m/s}$ dengan sudut tertentu. Tentukan sudut lemparan yang memberikan jarak horizontal maksimal.

$$\text{Hint: Jarak horizontal} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

a. 30°

b. 45°

c. 60°

d. 70°

Pembahasan:

Sudut lemparan yang optimal terjadi ketika turunan pertama dari jarak horizontal terhadap sudut lemparan (θ) sama dengan nol. Misal jarak horizontal adalah R .

$$R(\theta) = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$\frac{dR}{d\theta} = 0$$

$$\frac{2v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = 0$$

$$\cos(2\theta) = 0$$

$$2\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

Jadi, sudut lemparan yang akan memberikan jarak horizontal maksimal adalah $\theta = \frac{\pi}{4}$ atau 45° .

12. Tentukan nilai maksimum/minimum dari fungsi $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$. Tentukan pula jenisnya (apakah maksimum atau minimum).

- a. 2, maksimum
- b. 2, minimum
- c. -2, maksimum
- d. -2, minimum**

Pembahasan:

Nilai maksimum/minimum diperoleh ketika turunan pertama sama dengan nol.

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

$$f'(x) = 4x - 8 = 0$$

$$x = 2$$

Untuk menentukan jenisnya, dapat dilakukan uji turunan kedua.

$$f''(x) = 4$$

Karena $f'(x) = f''(2) = 4$, dan $f''(2) > 0$, maka $x = 2$ adalah minimum lokal.

Selanjutnya, akan ditentukan nilai fungsi di titik $x = 2$.

$$f(2) = 2(2)^2 - 8(2) + 6 = -2$$

Dengan demikian, diperoleh bahwa nilai minimum dari fungsi tersebut adalah -2.

13. Jika $y(x) = e^{2x} + \ln(x + 1)$, tentukan $y'(5)$.

- a. $2e^5 + \frac{1}{5}$

b. $2e^{10} + \frac{1}{6}$

c. $e^5 + \frac{1}{8}$

d. $e^{10} + \frac{1}{10}$

Pembahasan :

$$y'(x) = 2e^{2x} + \frac{1}{x+1}$$

$$y'(1) = 2e^{2 \cdot 5} + \frac{1}{5+1} = 2e^{10} + \frac{1}{6}$$

14. Jika $y = f(x^2)$ dan $f'(x) = \cos \frac{1}{x}$, tentukan $\frac{dy}{dx}$.

a. $2x \cdot \cos \frac{1}{x^2}$

b. $2x \cdot \sin \frac{1}{x^2}$

c. $x \cdot \cos \frac{1}{x}$

d. $x \cdot \sin \frac{1}{x^2}$

Pembahasan :

$$\frac{dy}{dx} = f'(x^2) \cdot 2x$$

$$= \cos \frac{1}{x^2} \cdot 2x$$

$$= 2x \cdot \cos \frac{1}{x^2}$$

15. Kurva $x^2 - xy + 3y^2 = 4$ melalui titik A(-2,0). Tentukan $\frac{dy}{dx}$ di titik A.

a. 4

b. 6

c. 8

d. 2

Pembahasan :

$$d(x^2 - xy + 3y^2) = d(4)$$

$$2x dx - x dy - y dx + 6y dy = 0$$

$$(2x - y)dx + (-x + 6y)dy = 0$$

$$(-x + 6y)dy = (y - 2x)dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{-x+6y}$$

Lalu substitusikan nilai $x = -2$ dan $y = 0$,

$$\frac{dy}{dx} = 2$$

16. Suatu Partikel bergerak sepanjang sumbu-x selama 4 detik. Posisi partikel setelah t detik diberikan oleh $x(t) = \frac{5 + \sqrt{16t}}{5-t}$. Maka, besar kecepatan yang tidak mungkin dimiliki oleh partikel tersebut dalam waktu yang sudah ditentukan adalah...

- a. 4
- b. 5
- c. 12
- d. 13

Pembahasan :

$$v(t) = x'(t) = \frac{2(5-t) \cdot t^{-\frac{1}{2}} + 5 + 4\sqrt{t}}{(5-t)^2}$$

Karena $v(t)$ kontinu pada selang $[0,4]$, maka substitusikan $x = 0$ dan $x = 4$ ke dalam persamaan $v(t)$.

$$v(0) = 5$$

$$v(4) = 14$$

Berdasarkan teorema, kita mendapatkan bahwa kecepatan yang mungkin dimiliki oleh partikel tersebut selama 4 detik berada pada interval $[5,14]$ sehingga tidak mungkin partikel tersebut memiliki kecepatan 4 satuan/detik selama rentang waktu tersebut.

17. Perhatikan algoritma berikut.
- ```
simulationLength = integer;
growthRate = float ;
```



```

deltaT = float ;
population = float ;

begin
 input(population) ;
 input(simulationLength) ;
 input(growthRate) ;
 input(deltaT) ;

 t := 0 ;

 growtRatePerStep = growthRate * deltaT ;

 for i := 1 to simulationLength
 t := i * deltaT
 population := population + growtRatePerStep * population
 end;
end;

```

Misalkan masukannya adalah  $\text{simulationLength} = 10$ ,  $\text{growthRate} = 0.5$ ,  $\text{deltaT} = 1$ , dan  $\text{population} = 10$ . pada saat  $t$  berapakah nilai  $\text{population}$  mulai melebihi 30

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

Pembahasan:

Ketika algoritma tersebut dijalankan didapatkan hasil sebagai berikut.

| t | population |
|---|------------|
| 0 | 10.0       |
| 1 | 15.0       |
| 2 | 22.5       |
| 3 | 33.75      |
| 4 | 50.625     |
| 5 | 75.9375    |

Maka, saat  $t=3$ , nilai  $\text{population}$  mulai melebihi 30.

18. Misalkan konsentrasi obat dalam tubuh seseorang mengikuti algoritma berikut.

```

simulationLength = int
deltaT = float
DrugInPlasma = float
plasmaVolume = float
begin
 input(simulationLength);
 input(deltaT);
 input(DrugInPlasma);
 input(plasmaVolume);

 t = 0;

 eliminationConstant = 0.5;

 while t < simulationLength
 elimination = eliminationConstant * DrugInPlasma
 DrugInPlasma = DrugInPlasma - elimination * deltaT
 plasmaConcentration = DrugInPlasma / plasmaVolume
 t = t * deltaT
 end;
end;

```

Jika masukannya adalah simulationLength = 20, deltaT = 1, DrugInPlasma = 2400 mg, plasmaVolume = 3000 mL. Ketika t = 4 jam, nilai dari plasmaConcentration adalah...(Pada algoritma di atas, satuan dari t adalah jam, DrugInPlasma adalah mg, dan plasmaVolume adalah mL)

- a) 0.03 mg/mL
- b) 0.04 mg/mL
- c) 0.05 mg/mL
- d) 0.06 mg/mL
- e) 0.07 mg/mL

Pembahasan:

Ketiga algoritma tersebut dijalankan didapatkan hasil sebagai berikut.

| t | plasmaConcentration |
|---|---------------------|
| 1 | 0.4                 |
| 2 | 0.2                 |
| 3 | 0.1                 |
| 4 | 0.05                |
| 5 | 0.025               |

Maka, ketika  $t = 4$  jam, nilai dari plasmaConcentration adalah 0.05 mg/mL

19. Perhatikan algoritma berikut.

```
N = integer ;
A = array [1..N] of integer ;
begin
 input(N);
 input(A);
 sum:=0 ;

 for i:=1 to N
 sum:=sum+A[i] ;
 end;

 for i:=1 to N
 if sum-A[i] < sum
 sum:=sum-A[i] ;
 end;
 end;

 print(sum) ;
end.
```

Jika masukannya adalah  $N = 2022$ , dan  $A = [-1011, -1010, \dots, 0, 1, 2, \dots, 1011]$ , maka keluaran yang akan dihasilkan adalah...

- a) 0
- b) 511567
- c) -511566
- d) -1
- e) -511567

Pembahasan:

Ketika iterasi awal hasil dari sum adalah  $-1009 + (-1008) + \dots + 0 + 1 + 2 + \dots + 1009 = 0$ .

lalu, di iterasi kedua nilai dari sum akan dikurangi dengan nilai nilai dari elemen array A yang memenuhi  $A[i] - \text{sum} < \text{sum}$ . Karena nilai sum adalah 0, maka nilai nilai elemen A yang memenuhi kondisi tersebut adalah nilai-nilai A yang positif sehingga nilai sum adalah  $0 - 1 - 2 - \dots - 1011$ . Oleh karena itu, setelah iterasi kedua nilai dari sum adalah -51156. Maka, keluaran yang dihasilkan adalah -511566.

20. Perhatikan algoritma berikut

```
N = integer ;
```

```

A = array [1...N] of integers ;
BEGIN
 input(N);
 input(A);
 sum := ;
 FOR i:= 1 to 3
 new_A = array [1...N+1] of integers;
 FOR j := 2 to N-1
 new_A[j] = A[j] + A[j-1];
 sum = sum + new_A[j];
 END FOR

 new_A[1] = A[1];
 new_A[N] = A[N];
 sum = sum + A[1];
 sum = sum + A[N];

 A = new_A;
 N = N + 1;
 END FOR
output sum
END

```

Bila diberikan masukan  $N = 3$ , manakah input A dibawah ini yang dapat memberikan keluaran bernilai 252?

- a. [1, 9, 6]
- b. [4, 5, 8]
- c. [5, 6, 7]
- d. [9, 7, 3]
- e. [2, 6, 6]

Pembahasan :



Algoritma diatas bertingkah mirip seperti segitiga Pascal (tapi mulai dari baris ketiga) dan keluarannya adalah jumlah dari semua angka dari angka yang telah ditulis kecuali array awal.

Perhatikan bahwa

$[5, 6, 7] \rightarrow [5, 11, 13, 7] \rightarrow [5, 16, 24, 20, 7] \rightarrow [5, 21, 40, 44, 27, 7]$

Jadi, menjumlahkan SEMUA angka yang baru saja ditulis KECUALI  $[5, 6, 7]$

$\text{sum} = 5 + 11 + 13 + 7 + 5 + 16 + 24 + 20 + 7 + 5 + 21 + 40 + 44 + 27 + 7 = 252$

Jawaban yang lain aman ga mungkin jawaban duplikat karna  $\text{sum} = 252$  HANYA JIKA jumlah angka di array A paling awal = 18

21. Perhatikan algoritma berikut

```

N := 3
M := 7
kata = 'COUNTZERO'
sandi = ''
BEGIN
FOR i:= 1 to M-1
 //floor(x) berrarti bil. bulat terbesar yang kurang dari x
 K = floor((10*N) / 7)
 karakter = kata[K]
 sandi = sandi + karakter
 N = (10 * N) mod 7
END FOR
OUTPUT sandi
END

```

Keluaran pseudocode di atas adalah

- a. CNORTE
- b. NORTEC
- c. ORTECN
- d. RTECNO.

TECNOR Pembahasan : K berturut-turut akan menunjukkan angka 4, 2, 8, 5, 7, 1. Jadi, cukup ambil huruf pada urutan tersebut dari variabel 'kata'

22. Menurut keterangan Josephus, seorang sejarawan di zaman kekaisaran Romawi, saat pengepungan kota Yodfat, ia bersama 40 prajurit lainnya terkepung di suatu gua. Maka, mereka sepakat untuk bunuh diri kecuali untuk 2 orang, agar 2 orang tersebut dapat pergi menghindari serangan prajurit Romawi. Lalu, masing-masing orang mengundi angka 1 sampai 40 lalu berdiri melingkar sesuai urutan angka undian mereka. Prosedur yang mereka lakukan adalah sebagai berikut

1. Dimulai dari orang dengan undian nomor 1, 3 orang pertama yang masih hidup bergantian menghitung 1 2 3.
2. Apabila seseorang mengucapkan 3, maka ia harus bunuh diri dengan menusuk diri sendiri dengan pedang.
3. 3 orang selanjutnya yang masih hidup melanjutkan menghitung 1 2 3.
4. Langkah 2 dan 3 dilakukan terus-menerus sampai tersisa 2 orang yang masih hidup

Agar selamat, Josephus harus mengundi nomor berapa?

- a. 31
- b. 17
- c. 25
- d. 22
- e. 38
- f. 4

Pembahasan : Berikut adalah urutan yang mati

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 1, 5, 10, 14, 19, 23, 28, 32, 37, 41, 7, 13, 20, 26, 34, 40, 8, 17, 29, 38, 11, 25, 2, 22, 4, 35

Jadi Josephus harus mengambil undian 16 atau 31

Perhatikan algoritma berikut untuk soal berikut (asumsi indeks array dimulai dari 1)

```

N = integer ;
M = nested array with size N ;
BEGIN
 input(N) ;
 input(M) ;
 total := 0;

```

```

FOR i:= 1 to N
 total := total + M[i][N+1-i]*i
END FOR

output total

END

```

23. Jika baris ke-k memiliki bobot k, apa yang sebenarnya dilakukan oleh algoritma tersebut?

- Menghitung hasil penjumlahan semua elemen matriks
- Menghitung hasil penjumlahan diagonal utama (elemen matriks pada diagonal dari kiri atas sampai kanan bawah) matriks (*trace*)
- Menghitung hasil perkalian semua elemen yang dikali bobot barisnya
- Menghitung hasil perkalian diagonal sekunder (elemen matriks pada diagonal dari kanan atas sampai kiri bawah) matriks
- Menghitung hasil penjumlahan dari diagonal sekunder yang dikali bobot barisnya**

Pembahasan :

$M[i][N+1-i]$  digunakan untuk mengambil elemen diagonal sekunder dari matriks M (+1 karena indeks mulai dari 1) yang kemudian dikalikan dengan i yang merupakan bobot baris. Masing-masing hasil perkalian elemen diagonal sekunder dengan bobot ini kemudian dijumlahkan dan disimpan dalam variabel total. Misal kita gunakan pada masukan pada nomor 28 dapat kita peroleh

$$\text{total} = 0*1 + 12*2 + 3*3 + 4*10 = 0 + 24 + 9 + 40 = 73.$$

24. Misalkan kumpulan anak yang sedang bermain di suatu gudang. Di gudang tersebut tersimpan kardus berisi kumpulan kotak pulpen yang masing-masing kotak berisi satu lusin pulpen. Salah satu anak bernama Loli mengambil beberapa kotak pulpen tersebut. Loli mengajak teman-temannya untuk bermain membagikan pulpen dengan aturan berikut

- Dimulai dengan pemain pertama mengambil  $2^x$  pulpen (X dimulai dari 0) kemudian pemain kedua mengambil  $3^x$  pulpen, kemudian pemain ketiga mengambil  $2^x$  pulpen, pemain keempat mengambil  $3^x$  pulpen, dan begitu selanjutnya;
- X semakin bertambah setiap berganti pemain;
- Jika pemain harus mengambil pulpen lebih banyak daripada yang tersisa pada kotak, pemain tersebut keluar;
- Jika ada pemain keluar, X diulang kembali dari 0;
- Permainan dilanjutkan sampai semua pemain keluar atau pulpen di kotak habis.

Contoh : 14 pulpen dengan 3 pemain. Pemain pertama mengambil 1 pulpen. Pemain kedua mengambil 3 pulpen. Pemain ketiga mengambil 4 pulpen. Pemain pertama keluar. Pemain

kedua mengambil 1 pulpen. Pemain ketiga mengambil 3 pulpen. Pemain kedua keluar. Pemain ketiga mengambil 1 pulpen. Pemain ketiga keluar. Selesai

Jika Loli mengajak enam teman lain untuk bermain dan ia mengambil sepuluh kotak, agar Loli menjadi pemain ketiga yang keluar, ia harus bermain menjadi pemain beberapa?

- a. Pemain ke-6
- b. Pemain ke-1
- c. **Pemain ke-3**
- d. Pemain ke-5
- e. Pemain ke-2

Pembahasan

Ada 7 pemain dengan total pulpen 120

Move 1:  $X = 0$ , P1 mengambil 1 pulpen dari kotak. Maka,  $N = 120 - 1 = 119$ .

Move 2:  $X = 1$ , P2 mengambil 3 pulpen dari kotak. Maka,  $N = 119 - 3 = 116$ .

Move 3:  $X = 2$ , P3 mengambil 4 pulpen dari kotak. Maka,  $N = 116 - 4 = 112$ .

Move 4:  $X = 3$ , P4 mengambil 27 pulpen dari kotak. Maka,  $N = 116 - 27 = 89$ .

Move 5:  $X = 4$ , P5 mengambil 16 pulpen dari kotak. Maka,  $N = 89 - 16 = 73$ .

Move 6:  $X = 5$ , P6 keluar karena  $243 > 73$ . (Keluar pertama)

Move 7:  $X = 0$ , P7 mengambil 1 pulpen dari kotak. Maka,  $N = 73 - 1 = 72$ .

dst

Move 12 :  $X = 5$ , P5 keluar karena  $243 > 22$ . (Keluar kedua)

dst

Move 16 :  $X = 3$ , P3 keluar karena  $27 > 14$ . (Keluar ketiga)

Jadi agar Loli keluar pada urutan ketiga, ia harus menjadi pemain ketiga.

25. Diketahui beberapa pernyataan berikut:

- a. "Hoser entah mengantuk atau mabuk (atau keduanya)."
- b. "Jika Hoser mengantuk, maka detak jantungnya rendah."
- c. "Jika Hoser mabuk, maka napasnya mengandung alkohol."
- d. "Jika Hoser mengantuk, maka izin mengemudinya akan dicabut sementara."
- e. "Jika Hoser mabuk, maka izin mengemudinya akan dicabut secara permanen."
- f. "Napas Hoser tidak mengandung alkohol."

Kesimpulan yang dapat diambil dari beberapa pernyataan di atas adalah..

- a. **Izin mengemudi Hoser dicabut sementara**
- b. Izin mengemudi Hoser dicabut selamanya

- c. Detak jantung Hoser tinggi
- d. Napas Hoser mengandung alkohol
- e. Tidak dapat ditarik kesimpulan

Pembahasan:

Jika digunakan digunakan proposisi atomik berikut:  $p :=$  "Hoser mengantuk",  $q :=$  "Hoser mabuk",  $r :=$  "Napas Hoser mengandung alkohol",  $s :=$  "Detak jantung Hoser rendah",  $t :=$  "Izin mengemudi Hoser dicabut sementara", dan  $u :=$  "Izin mengemudi Hoser dicabut secara permanen."

Pernyataan di atas dapat diubah menjadi:

- a.  $p \vee q$  (Hoser mengantuk atau mabuk atau keduanya)
- b.  $p \rightarrow s$  (Jika Hoser mengantuk, maka detak jantungnya rendah)
- c.  $q \rightarrow r$  (Jika Hoser mabuk, maka napasnya mengandung alkohol)
- d.  $p \rightarrow t$  (Jika Hoser mengantuk, maka izin mengemudinya akan dicabut sementara)
- e.  $q \rightarrow u$  (Jika Hoser mabuk, maka izin mengemudinya akan dicabut secara permanen)
- f.  $\sim r$  (Napas Hoser tidak mengandung alkohol)
- Dari pernyataan f dan c maka dengan menggunakan modul tollens dapat disimpulkan bahwa Hoser tidak mabuk( $\sim q$ )
- Dari pernyataan a dan kesimpulan yang baru diambil di atas dengan menggunakan silogisme disjungtif maka dapat disimpulkan Hoser mengantuk( $p$ )
- Karena Hoser mengantuk( $p$ ) dan mengambil pernyataan d maka dapat disimpulkan bahwa izin mengemudinya dicabut sementara

26. Tidak ada orang pintar yang mencontek saat ujian. Beberapa orang yang mencontek saat ujian adalah orang yang malas belajar. Berdasarkan dua pernyataan diatas, simpulan yang paling tepat adalah ....

- a. semua orang malas mencontek pada saat ujian
- b. semua orang pintar pernah malas belajar
- c. beberapa orang pintar tidak perlu belajar untuk ujian
- d. beberapa orang yang tidak mencontek adalah orang yang pintar
- e. beberapa orang yang malas belajar bukan orang pintar

Pembahasan:

Tidak ada orang pintar yang mencontek saat ujian = Semua orang pintar tidak mencontek saat ujian

Semua orang pintar tidak mencontek saat ujian = Jika dia orang pintar maka dia tidak mencontek saat ujian( $p \rightarrow q$ )

- 1.)  $p \rightarrow q$  (Jika dia orang pintar maka dia tidak mencontek saat ujian)
- 2.)  $\sim q$  (Beberapa orang yang mencontek saat ujian adalah orang yang malas belajar)

Dengan menggunakan kontraposisi maka pernyataan 1.) dapat diubah menjadi:



1.)  $\sim q \rightarrow \sim p$  (Jika dia mencontek saat ujian maka dia bukan orang pintar)

Maka dari itu dari pernyataan 1.) dan 2.) dapat disimpulkan bahwa

Ada orang yang malas belajar bukan orang pintar

27. Jika pertumbuhan anak semakin banyak, jumlah sekolah harus ditambah. Jika sekolah bertambah, pemerintah harus menaikkan dana untuk pendidikan. Saat ini pemerintah tidak menaikkan dana pendidikan.

Simpulan yang paling tepat adalah ....

- a. pertumbuhan anak semakin banyak
- b. jumlah sekolah ditambah
- c. pertumbuhan anak tidak semakin banyak
- d. pertumbuhan anak semakin sedikit
- e. jumlah sekolah tidak ditambah

Pembahasan:

- 1) Jika pertumbuhan anak semakin banyak, jumlah sekolah harus ditambah ( $p \rightarrow q$ )
- 2) Jika sekolah bertambah, pemerintah harus menaikkan dana untuk pendidikan ( $q \rightarrow r$ )
- 3) Saat ini pemerintah tidak menaikkan dana pendidikan ( $\sim r$ )

Dengan menggunakan modus tollens maka dari pernyataan 2) dan 3) dapat ditarik kesimpulan  $\sim q$  (sekolah tidak bertambah).

Dengan menggunakan modus tollens maka dari pernyataan 1) dan kesimpulan di atas dapat ditarik kesimpulan  $\sim p$  (pertumbuhan anak tidak semakin banyak).

30. Diberikan pernyataan:

"Budi akan memakan nasi goreng nanti malam dan malam ini ibu memasak ayam goreng,"

"Budi masuk ITB hanya jika ia tidak memakan nasi goreng,"

"Jika Budi tidak masuk ITB, maka Budi akan melakukan roll depan,"

"Jika Budi melakukan roll depan, maka Budi akan masuk UGM"

Kesimpulan yang dapat diambil adalah

- a. Budi akan masuk UGM
- b. Ibu memasak ayam goreng
- c. Budi tidak akan masuk UGM
- d. Budi tidak masuk ITB
- e. Tidak dapat ditarik kesimpulan

Pembahasan:

- 1)  $\sim p \wedge q$  ("Budi akan memakan nasi goreng nanti malam dan malam ini ibu memasak ayam goreng,")
- 2)  $r \rightarrow p$  ("Budi masuk ITB hanya jika ia tidak memakan nasi goreng,")
- 3)  $\sim r \rightarrow s$  ("Jika Budi tidak masuk ITB, maka Budi akan melakukan roll depan,")
- 4)  $s \rightarrow o$  ("Jika Budi melakukan roll depan, maka Budi akan masuk UGM")

Jawab:

- 5)  $\sim p$  (Simplifikasi)

- 6)  $\sim p \rightarrow \sim r$  (Kontraposisi)
- 7) s (Modus Ponens)
- 8) o (Modus Ponens)

28. Pernyataan yang setara dengan “jika harga pajak naik, maka harga game online akan naik” adalah...

- A. Harga pajak naik dan harga game online naik.
- B. Harga pajak tidak naik atau harga game online akan naik.**
- C. Jika harga pajak tidak naik, maka harga game online akan naik.
- D. Jika harga pajak tidak naik, maka harga game online tidak naik.
- E. Jika harga pajak tidak naik, maka harga game online akan turun.

Pembahasan :

Misalkan :  $p$  = harga pajak naik

$q$  = harga game online naik

bisa didapatkan tabel kebenaran

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ | $p \wedge q$ | $\sim p \vee q$ | $\sim p \rightarrow q$ | $\sim p \rightarrow \sim q$ |
|-----|-----|-------------------|--------------|-----------------|------------------------|-----------------------------|
| B   | B   | B                 | B            | B               | B                      | B                           |
| B   | S   | S                 | S            | S               | B                      | B                           |
| S   | B   | B                 | S            | B               | B                      | S                           |
| S   | S   | B                 | S            | B               | S                      | B                           |

Sehingga dapat disimpulkan jika B benar.

29. Jika besok tidak hujan, maka Pak Hendra akan membawakan permen ke kelas.

Keesokan harinya, terjadi hujan yang sangat lebat. Kesimpulan yang pasti terjadi adalah...

- A. Pak Hendra akan membawakan permen
- B. Pak Hendra tidak membawakan permen
- C. Pak Hendra tidak datang ke kelas
- D. Pak Hendra lupa membawa permen
- E. Tidak dapat disimpulkan secara pasti**

Pembahasan :

Misalkan :  $p$  = besok tidak hujan

$q$  = Pak Hendra akan membawakan permen ke kelas

maka premis yang kita dapatkan berupa  $p \rightarrow q$ . Dari premis tersebut apabila yang kita ketahui adalah  $\sim p$ , maka kita tidak dapat mengetahui dengan pasti apakah  $q$  akan bernilai benar atau salah, karena keduanya akan bernilai benar.

30. Kontraposisi dari  $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$  adalah..

- A.  $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$

B.  $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$

C.  $(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

D.  $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

E.  $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

Pembahasan :

Misalkan :  $a = (\sim p \rightarrow q)$

$$b = (\sim p \vee q)$$

maka kontraposisi dari  $a \rightarrow b$  adalah  $\sim b \rightarrow \sim a$ , sehingga

$$\sim a = \sim(\sim p \rightarrow q) = \sim q \rightarrow p = \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim b = \sim(\sim p \vee q) = p \wedge \sim q$$

sehingga dapat disimpulkan bahwa kontraposisinya adalah  $(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$